

# Modulprüfung Mathematik 2

Vorname	Name	Matrikel-Nr.

Studiengang	Semesterzahl

## Allgemeine Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 70 Minuten.
- Als Hilfsmittel sind *erlaubt*: eigene Aufzeichnungen im Umfang von *vier* DIN A4-Blättern, *zweiseitig* beschrieben.
- Weitere Hilfsmittel sind *untersagt*; insbesondere ist die Verwendung von Taschenrechnern, Smartphones oder anderen elektronischen Geräte *untersagt*.
- Schreiben Sie *nicht* mit Rot und *nicht* mit Bleistift.
- Füllen Sie als Erstes den oberen Teil dieses Deckblatts aus. Sie erhalten anschließend 2 Aufgabenblätter. Die Zeit läuft erst, nachdem die Aufgabenblätter verteilt sind.
- Geben Sie die Lösungen zu Aufgabe 1 direkt auf den Aufgabenblättern an; entsprechende Nebenrechnungen können Sie auf mitgebrachten DIN A4-Blättern durchführen.
- Ansätze, Zeichnungen, Rechenwege und Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 schreiben Sie auf mitgebrachte DIN A4-Blätter. Lösungen ohne Rechenweg sind hier *nicht* ausreichend!
- Bitte notieren Sie oben auf jedem der Blätter Ihren Namen.
- Bitte beschreiben Sie die Blätter nur *einseitig*.
- Bitte beginnen Sie jede neue Aufgabe oben auf einem neuen Blatt und notieren Sie die Nummer der Aufgabe.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

HA	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	Summe	Note

Vorname und Name:

### Aufgabe 1

- (a) Bestimmen Sie die fehlenden Zahlen und vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.

$z$	$\operatorname{Re}(z)$	$\frac{1}{z}$	$ z $	$\varphi = \arg(z)$	$z^3$
$3j$					
			2	$-\frac{3\pi}{4}$	

*Hinweis:* Die meisten Berechnungen für die zweite Zeile sind in der Polarform einfacher.

- (b) Welche Eigenschaften besitzt die folgende Differentialgleichung:  
(Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

$$\frac{1}{3} y'(x) + y(x) = e^{-x}$$

- ☐ Die DGL ist homogen.
- ☐ Die DGL besitzt die Störfunktion  $e^{-x}$ .
- ☐ Die DGL ist nicht-linear.
- ☐ Die DGL hat die Ordnung 1.
- ☐ Die Lösungen der charakteristischen Gleichung sind rein imaginär.

- (c) Welche Eigenschaften besitzt die folgende Differentialgleichung:  
(Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

$$3(y(x))^2 y'(x) = 2x$$

- ☐ Die DGL hat die Ordnung 2.
- ☐ Die DGL ist nicht-linear.
- ☐ Die DGL besitzt als spezielle Lösung  $y(x) = x^{\frac{2}{3}}$
- ☐ Die allgemeine Lösung der DGL enthält eine Exponentialfunktion.
- ☐ Die DGL besitzt konstante Koeffizienten.

**Aufgabe 2** Gegeben ist eine Funktionen  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , mit

$$f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2 + xy + yz + zx.$$

Berechnen Sie  $\text{grad}(f)$ .

**Aufgabe 3** Berechnen Sie die bestimmten Integrale

$$(a) \int_1^2 \frac{1}{ax^3} dx \quad \text{mit} \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$(b) \int_0^{\frac{1}{a}} (1 - e^{-ax}) dx \quad \text{mit} \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$$

**Aufgabe 4** Berechnen Sie das Grundintegral

$$\int \frac{\ln(x^2)}{2x} dx \quad \text{durch Substitution.}$$

**Aufgabe 5** Gegeben ist eine lineare Abbildung  $A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit Matrixdarstellung

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & -12 & -4 \\ 2 & 0 & -7 & 0 \end{pmatrix}, \text{ sowie ein Vektor } \vec{w} \in \text{Bild}(A), \text{ mit } \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Menge aller Vektoren  $\vec{v} \in \mathbb{R}^4$ , die von  $A$  auf  $\vec{w}$  abgebildet werden, durch Lösung des entsprechenden Gleichungssystems und geben Sie das Ergebnis in beschreibender Form an:

$$\mathbb{L} = \{\vec{v} \in \mathbb{R}^4 \mid \dots\}$$

**Aufgabe 6** Gegeben ist eine allgemeine Dreh-Matrix

$$D = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix},$$

die jeden Vektor  $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$  um den Winkel  $\alpha$  dreht. Für welche speziellen Winkel  $\alpha \in [0, \pi]$  besitzt  $D$  reelle Eigenwerte? Geben Sie diese Winkel und die zugehörigen Eigenwerte direkt an und begründen Sie Ihr Ergebnis mit der Eigenwertgleichung

$$D\vec{v} = \lambda\vec{v}$$

und der speziellen Eigenschaft von  $D$  als Drehmatrix.