

Modulprüfung Mathematik 2

Vorname	Name	Matrikel-Nr.

Studiengang	Semesterzahl

Allgemeine Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 70 Minuten.
- Als Hilfsmittel sind *erlaubt*: eigene Aufzeichnungen im Umfang von *vier* DIN A4-Blättern, *zweiseitig* beschrieben.
- Weitere Hilfsmittel sind *untersagt*; insbesondere ist die Verwendung von Taschenrechnern, Smartphones oder anderen elektronischen Geräte *untersagt*.
- Schreiben Sie *nicht* mit Rot und *nicht* mit Bleistift.
- Füllen Sie als Erstes den oberen Teil dieses Deckblatts aus. Sie erhalten anschließend 2 Aufgabenblätter. Die Zeit läuft erst, nachdem die Aufgabenblätter verteilt sind.
- Geben Sie die Lösungen zu Aufgabe 1 direkt auf den Aufgabenblättern an; entsprechende Nebenrechnungen können Sie auf mitgebrachten DIN A4-Blättern durchführen.
- Ansätze, Zeichnungen, Rechenwege und Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 schreiben Sie auf mitgebrachte DIN A4-Blätter. Lösungen ohne Rechenweg sind hier *nicht* ausreichend!
- Bitte notieren Sie oben auf jedem der Blätter Ihren Namen.
- Bitte beschreiben Sie die Blätter nur *einseitig*.
- Bitte beginnen Sie jede neue Aufgabe oben auf einem neuen Blatt und notieren Sie die Nummer der Aufgabe.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

HA	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	Summe	Note

Aufgabe 1

- (a) Bestimmen Sie die fehlenden Zahlen und vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich (komplexe Zahlen in kartesischer Normalform angeben).

z	\bar{z}	$\frac{1}{z}$	$ z $	$\varphi = \arg(z)$	z^2
			2	$\frac{\pi}{2}$	
		$-\frac{1}{4} - j\frac{1}{4}$	$\sqrt{8}$		$-j8$

- (b) Gegeben sind Funktionen

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} F_1(x, y, z) \\ F_2(x, y, z) \\ F_3(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yz + y + z \\ zx + z + x \\ xy + x + y \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad G(x, y, z) = xyz + xy + yz + zx$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? (Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

- ☐ Es gilt $\frac{\partial F_1}{\partial x} = xyz$.
- ☐ Es gilt $\text{grad } \vec{F} = \text{rot } G$.
- ☐ Es gilt $\text{grad } G = \vec{F}$.
- ☐ $\text{rot } G$ ist eine Funktion von \mathbb{R} nach \mathbb{R}^3 .
- ☐ Es gilt $\text{div } \vec{F} = 0$.

- (c) Welche Eigenschaften besitzt die folgende Differentialgleichung:
(Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

$$4y''(x) + 4y'(x) = 3y''(x) - 20y(x)$$

- ☐ Die DGL ist homogen.
- ☐ Die DGL besitzt die Störfunktion $-20y(x)$.
- ☐ Die DGL ist nicht-linear.
- ☐ Die DGL hat die Ordnung 1.
- ☐ Die Lösungen der charakteristischen Gleichung sind rein imaginär.

Aufgabe 2 Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = -2y(x) + \cos(2x).$$

Aufgabe 3 Berechnen Sie die folgenden Grundintegrale:

(a) $\int (\sqrt{x} + e^{3x}) dx$

(b) $\int \frac{a}{bx} dx$ mit $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Aufgabe 4 Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos(x) dx$$

mittels *partieller Integration*. Bestimmen Sie im ersten Schritt das entsprechende Grundintegral. Berechnen Sie dann im zweiten Schritt das bestimmte Integral in den gegebenen Grenzen.

Aufgabe 5 Gegeben ist eine lineare Abbildung $A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit Matrixdarstellung

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & -5 \\ -2 & -4 & -4 & 2 \\ 6 & 8 & 4 & -14 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie $\text{Kern}(A)$ und geben Sie das Ergebnis in beschreibender Form an:

$$\text{Kern}(A) = \{\vec{v} \in \mathbb{R}^4 \mid \dots\}$$

(b) Können Sie aufgrund Ihrer Rechnung in (a) auch den Rang von A angeben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 Gegeben ist die reelle Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass M invertierbar ist.

(b) Berechnen Sie alle Eigenwerte von M .